EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022-2023

Varianta 1

Probă scrisă
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**d)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Peste 2 ani vârsta Mariei va fi de $14+2=16$ ani, iar vârsta tatălui Mariei va fi de $40+2=42$ de ani	**1p**
	Cum $16+42=58\neq 60$, deducem că nu este posibil ca peste 2 ani suma dintre vârsta Mariei și vârsta tatălui ei să fie egală cu 60 de ani	**1p**
	b) $14+x=\frac{1}{2}\cdot(40+x)$, unde x reprezintă numărul de ani care vor trece până când vârsta Mariei va fi jumătate din vârsta tatălui ei	**1p**
	$28+2x=40+x$	**1p**
	$x=12$	**1p**
2.	**a)** $\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{x+2}=\frac{1+x+1}{(x+1)(x+2)}=$	**1p**
	$=\frac{x+2}{(x+1)(x+2)}=\frac{1}{x+1}$, pentru orice număr real x, $x\neq -2$ și $x\neq -1$	**1p**

	b) $E(x)=\frac{1}{x+1}\cdot\frac{5(x+1)}{x+3}=\frac{5}{x+3}$, unde x este număr real, $x\neq-3$, $x\neq-2$ și $x\neq-1$	**1p**
	$\frac{5}{x+3}=\frac{x-3}{8}$, de unde obținem $x^2=49$	**1p**
	$x=-7$ sau $x=7$, care convin, deci suma soluțiilor ecuației este egală cu 0	**1p**
3.	**a)** $f(4)=1$	**1p**
	$f(6)=-1\Rightarrow f(4)+f(6)=0$	**1p**
	b) $A(5,0)$ și $B(0,5)$	**1p**
	În triunghiul dreptunghic AOB, $AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=5\sqrt{2}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta PAB}=\frac{d(P,AB)\cdot AB}{2}=\frac{AO\cdot PB}{2}=\frac{5\cdot 8}{2}=20$, de unde obținem $d(P,AB)=4\sqrt{2}$	**1p**
4.	**a)** BD bisectoarea $\sphericalangle ABC\Rightarrow\sphericalangle ABC=30^\circ$	**1p**
	$ABCD$ trapez, deci $\sphericalangle BCD=150^\circ$	**1p**
	b) $CD\parallel AB$, BD secantă $\Rightarrow\sphericalangle CDB=\sphericalangle ABD$, deci ΔBCD este isoscel cu $CD=BC=10\,\text{cm}$	**1p**
	$CE\perp AB,\ E\in AB\Rightarrow AECD$ dreptunghi, deci $AD=CE,\ AE=CD$ Triunghiul CEB este dreptunghic în E, $\sphericalangle CBE=30^\circ\Rightarrow CE=\frac{BC}{2}=5\,\text{cm}$, $BE=5\sqrt{3}\,\text{cm}$, deci $AB-AD=(5+5\sqrt{3})\text{cm}$	**1p**
	Cum $5+5\sqrt{3}<14\Leftrightarrow 5\sqrt{3}<9\Leftrightarrow\sqrt{75}<\sqrt{81}$, obținem $AB-AD<14\,\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** Triunghiul ABC este dreptunghic, deci $BC^2=AC^2-AB^2$, de unde obținem $BC=3\sqrt{10}\,\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=9\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{10}=270\,\text{cm}^2$	**1p**
	b) $\Delta MCE\equiv\Delta MDA$, de unde obținem $ME=MA$	**1p**
	CM și EO sunt mediane în triunghiul ACE, $CD\cap EO=\{P\}$, deci punctul P este centrul de greutate al triunghiului $ACE\Rightarrow\frac{MP}{MC}=\frac{1}{3}$ AM și DO sunt mediane în triunghiul ACD, $AM\cap DO=\{S\}$, deci punctul S este centrul de greutate al triunghiului $ACD\Rightarrow\frac{MS}{MA}=\frac{1}{3}$	**1p**
	$\frac{MP}{MC}=\frac{MS}{MA}=\frac{1}{3}$, $\sphericalangle SMP=\sphericalangle AMC\Rightarrow\Delta SMP\sim\Delta AMC\Rightarrow SP=\frac{1}{3}AC=10\,\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** $AB'\parallel DC'$, deci $\sphericalangle(AB',BC')=\sphericalangle(DC',BC')$	**1p**
	Cum $BC'=DC'=DB$, obținem că triunghiul $BC'D$ este echilateral, deci $\sphericalangle(AB',BC')=$ $=\sphericalangle BC'D=60^\circ$	**1p**
	b) $AC\cap BD=\{O\}$, $CC'\perp(ABC)$, $BD\subset(ABC)$, deci $BD\perp CC'$ și, cum $BD\perp AC$, obținem $CC'\cap AC=\{C\}$, deci $BD\perp(CC'O)$	**1p**
	$CP\perp C'O$, $P\in C'O$, $CP\subset(CC'O)$, deci $CP\perp BD$, $C'O\cap BD=\{O\}$, obținem $CP\perp(BDC')$, deci CP reprezintă distanța de la punctul C la planul (BDC')	**1p**
	Triunghiul $C'CO$ este dreptunghic în $C\Rightarrow C'O=5\sqrt{6}\,\text{cm}$ și $CP=\frac{CO\cdot CC'}{C'O}=\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$	**1p**