Inecuații Rezolvați în $\mathbb{R}$:

$\frac{2x-6}{5-x} \geq 0$ — E(x)

$2x-6=0 \Leftrightarrow$
$2x=6 \Leftrightarrow$
$x=3$

$5-x=0 \Leftrightarrow$
$5=x \Rightarrow x=5$

x	$-\infty$		0		3		5		$+\infty$
$2x-6$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$5-x$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$E(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$-$

$S = [3; 5)$

$\frac{x^2-4x}{x^2+3x+2} < 0$ — E(x)

$\Updownarrow$

$\frac{x(x-4)}{(x+1)(x+2)} < 0$

$x^2-4x=0 \Leftrightarrow$
$x(x-4)=0 \Leftrightarrow$
$x=0$ SAU $x-4=0 \Leftrightarrow$
$x=4$

$x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow$
$x^2+1\cdot x+2x+2=0 \Leftrightarrow$
$x(x+1)+2(x+1)=0 \Leftrightarrow$
$(x+1)(x+2) \leq 0 \Leftrightarrow$

$x+1=0$ SAU $x+2=0$
$x=-1$ $x=-2$

x	$-\infty$	-2	-1	0	4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$+$

$S = (-2;-1) \cup (0;4)$

(1) $\dfrac{x+5}{-2x-10} \geq 0$ (2) $\dfrac{x+5}{-2x-10} < 0$

(1) $\Leftrightarrow \dfrac{x+5}{-2\cdot(x+5)} \geq 0$

Pumom cond. $x+5 \neq 0$, $x \neq -5$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

(1) $\Rightarrow -\dfrac{1}{2} \geq 0$ (FALS) $\Rightarrow S = \emptyset$

(2) $\Leftrightarrow \dfrac{x+5}{-2(x+5)} < 0 \Rightarrow -\dfrac{1}{2} < 0$ (A)

$(\forall) x \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

$$\frac{x+5}{\underbrace{-2x-10}_{E(x)}} \geq 0$$

$x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$

$-2x-10=0 \Leftrightarrow -2x=10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{-2}$

$\Leftrightarrow x=-5$

x	$-\infty$		-5		0		$+\infty$
$x+5$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$-2x-10$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$E(x)$	$-$	$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	$-$

$\Rightarrow S=\emptyset$

$$\frac{x^2+6x+9}{\underbrace{x^2-3}_{E(x)}} \geq 0 \quad (*)$$

$x^2+6x+9=x^2+3x+3x+9=$

$=x(x+3)+3(x+3)=(x+3)(x+3)$

$x^2+6x+9=x^2+2\cdot 3x+3^2=(x+3)^2$

$x^2-3=0 \Leftrightarrow x^2-(\sqrt{3})^2=0 \Leftrightarrow$

$x^2-3=0 \Leftrightarrow$

$x^2=3 \Leftrightarrow$

$\sqrt{x^2}=\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$(x-\sqrt{3})\cdot(x+\sqrt{3})=0 \Leftrightarrow$

$x-\sqrt{3}=0$ SAU $x+\sqrt{3}=0$

$x=\sqrt{3}$ $x=-\sqrt{3}$

$|x|=\sqrt{3} \Rightarrow$ $x=\sqrt{3}$ SAU $x=-\sqrt{3}$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{\overset{\oplus}{(x+3)^2}}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})} \geq 0$$

$\oplus \cdot + = +$

$\oplus \cdot - = -$

x	$-\infty$	-3	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$(x+3)^2$	$+++$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-\sqrt{3}$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+\sqrt{3}$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$F(x)$	$+++$	0	$+++$	$\nexists$	$---$	$+$

$$S = (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

$$\frac{(x+3)^2}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})} > 0 \Rightarrow$$

$$S = (\sqrt{3}, +\infty) \cup \left[(-\infty, -\sqrt{3}) \setminus \{-3\} \right]$$