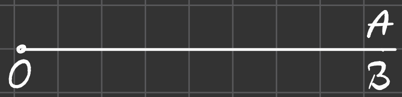
# Unghiuri

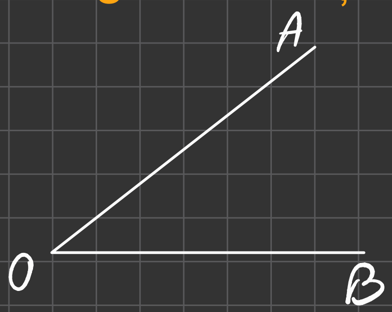
## Clasificare

**1. Unghiul nul** → are măsura egală cu $0^\circ$



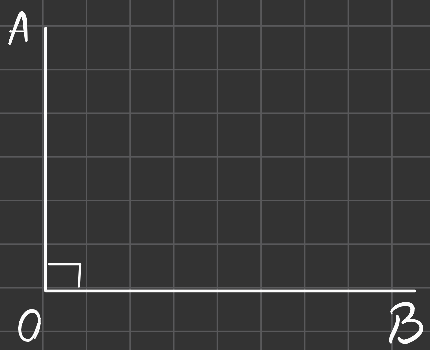

$m(\sphericalangle AOB) = 0^\circ$

**2. Unghiul ascuțit** → are măsura cuprinsă între $0^\circ$ și $90^\circ$



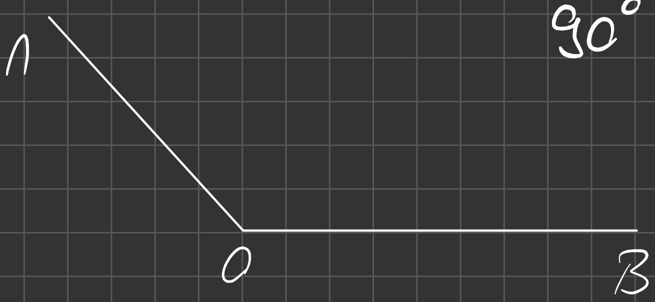

$0 < m(\sphericalangle AOB) < 90^\circ$

**3. Unghiul drept** → are măsura egală cu $90^\circ$




$m(\sphericalangle AOB) = 90^\circ$

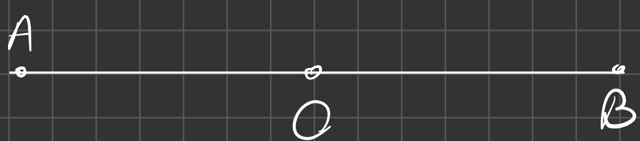
**4. Unghiul obtuz** → are măsura cuprinsă între $90^\circ$ și $180^\circ$




$90^\circ < m(\sphericalangle AOB) < 180^\circ$

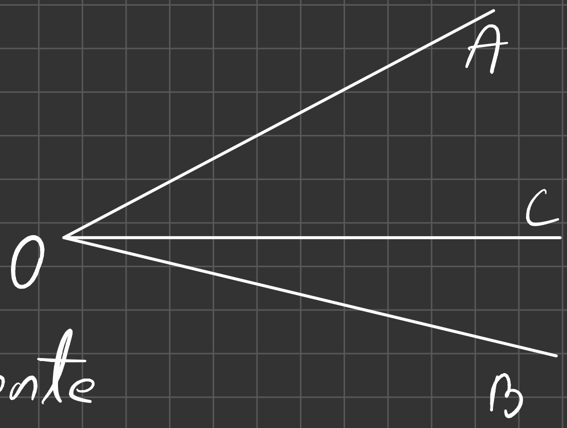
**5. Unghiul alungit** → are măsura egală cu $180^\circ$

$m(\sphericalangle AOB) = 180^\circ$



# Unghiuri adiacente

Def Doua unghiuri proprii care au vârf comun, o latură comună, iar celelalte două laturi sunt situate de o parte și de alta a laturii comune se numesc *unghiuri adiacente*.




$\measuredangle AOC$ și $\measuredangle BOC$ $\rightarrow$ adiacente

$m(\measuredangle AOC) + m(\measuredangle COB) = m(\measuredangle AOB)$

- O este vârf comun al unghiurilor
- OC latură comună;
- OA și OB laturile situate de o parte și de alta a laturii comune;

Obs.

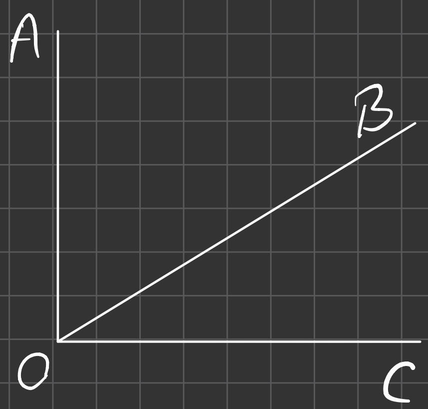
1. $int(\measuredangle AOC) \cap Int(\measuredangle BOC) = \emptyset$

2. Un unghi impropriu nu poate fi adiacent cu nici un alt unghi

## Unghiuri complementare

Def Două unghiuri care au suma măsurilor egală cu $90^\circ$ se numesc unghiuri complementare.

Obs Fiecare dintre cele două unghiuri este complement celuilalt unghi.



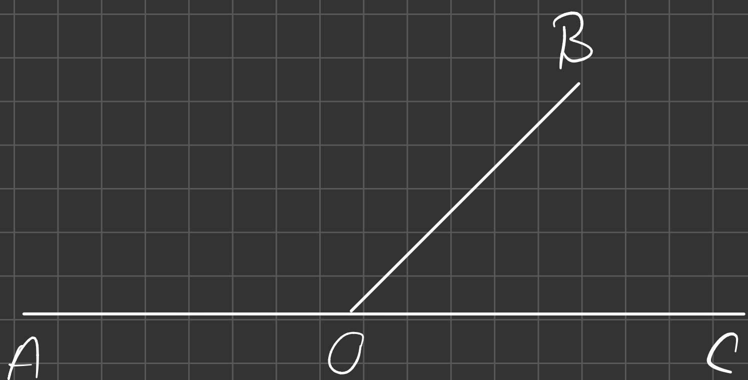

$$m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)=90^\circ$$

## Unghiuri suplementare

Def Două unghiuri care au suma măsurilor egală cu $180^\circ$ se numesc unghiuri suplementare.

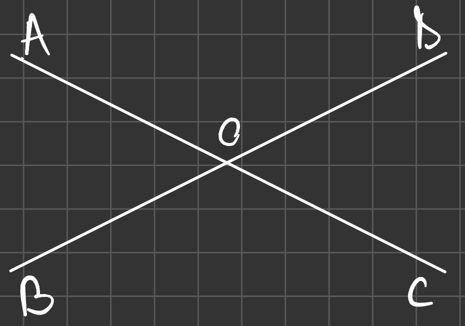
Obs Fiecare dintre cele două unghiuri este suplementul celuilalt unghi.

$$m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)=180^\circ$$



# Unghiuri opuse la vârf

Def Două unghiuri proprii se numesc unghiuri opuse la vârf, dacă laturile lor sunt perechi de semidrepte opuse.




= CITIM =

$\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$
sau
$\sphericalangle AOD$ și $\sphericalangle BOC$

sunt unghiuri opuse la vârf.

$$\left.\begin{array}{l} OA \text{ și } OC \text{ semidrepte opuse} \\ OB \text{ și } OD \text{ semidrepte opuse} \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \sphericalangle AOB \text{ și } \sphericalangle COD \text{ sunt unghiuri opuse la vârf.} \\ \text{sau} \\ \sphericalangle AOD \text{ și } \sphericalangle BOC \text{ sunt unghiuri opuse la vârf.} \end{array}\right.$$

Obs.

1. Două unghiuri proprii se numesc opuse la vârf, dacă laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt.
2. Două drepte AC și BD, concurente în O, formează două perechi de unghiuri opuse la vârf: $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$, respectiv $\sphericalangle AOD$ și $\sphericalangle BOC$.

Obs Unghiurile opuse la vârf sunt congruente.

Ex: $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$ → opuse la vârf $\Rightarrow \sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$

# Unghiuri în jurul unui punct

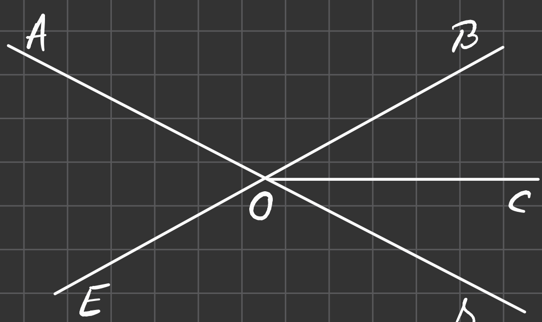
**Def** Trei sau mai multe unghiuri sunt unghiuri în jurul unui punct dacă îndeplinesc condițiile:

- au vârful comun;
- au interioarele disjuncte, două câte două;
- orice punct al planului care nu aparține niciuneia dintre laturile lor aparține interiorului unui singur unghi

## TEOREMĂ

Suma măsurilor unghiurilor din jurul unui punct este egală cu 360 .°

$\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle EOA$ sunt unghiuri în jurul punctului O




$\Rightarrow \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COD + \sphericalangle DOE + \sphericalangle EOA = 360^\circ$

## 1.2. Probleme
Unghiuri

1. Cu cât este egală măsura unui unghi:
a) drept;
b) nul;
c) alungit;
2. Calculați $78° - 54°30'$;
3. Calculați $56°20' + 17°51'$;
4. Latura comună a unghiurilor $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle POM$ este...
5. Dacă două unghiuri sunt adiacente suplementare, atunci unghiul format de bisectoarele lor are măsura de ....
6. Dacă măsura unui unghi este mai mică de $90°$, atunci unghiul se numește unghi .....
7. Două unghiuri sunt adiacente dacă ....
8. Unghiurile în jurul unui punct au suma măsurilor egală cu ....

9. Calculați:

$26°24' \cdot 4$

$84°38' : 2$

10. Un unghi are măsura egală cu $24°15'$. Calculați măsurile complementului și suplementului unghiului.

11. Diferența măsurilor a două unghiuri suplementare este egală cu $50°50'$. Calculați măsurile celor două unghiuri.

12. Diferența măsurilor a două unghiuri complementare este egală cu $20°40'$. Calculați măsurile celor două unghiuri.

13. Calculați măsura unui unghi, știind că:

a) este o pătrime din complementul său.

b) este o cincime din suplementul său.

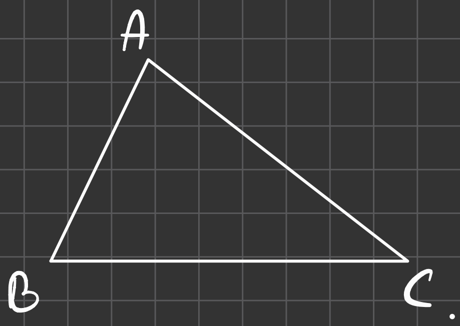
c) este dublul complementului său.

# TRIUNGHIUL

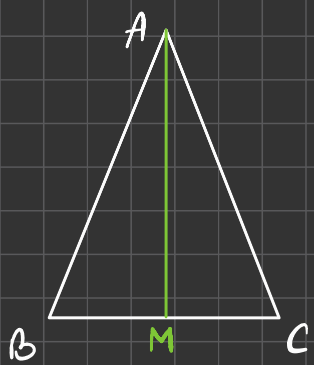
1. Clasificare

a) După laturi:

Triunghiul oarecare




Triunghiul isoscel

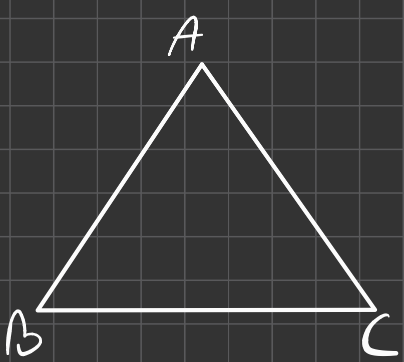



→ are două laturi congruente $[AB] \equiv [AC]$;

→ are unghiurile alăturate bazei congruente
$\sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$

→ Dacă $[AM]$ este mediana corespunzătoare bazei $\Rightarrow [AM] \to$ bisectoare, înălțime, mediatoare.

Triunghiul echilateral



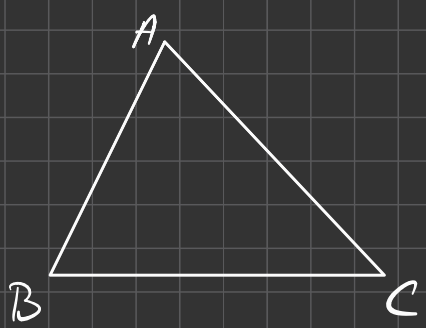

→ are toate laturile congruente
$[AB] \equiv [BC] \equiv [CA]$;

→ $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 60^\circ$;

→ Bisectoarea oricărui unghi este mediană, înălțime și mediatoare.

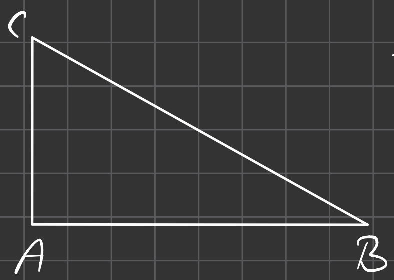
b) După unghiuri

## Triunghiul ascuțitunghic

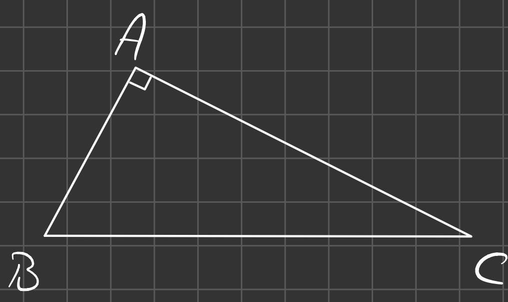



→ are toate unghiurile ascuțite ($< 90^\circ$)

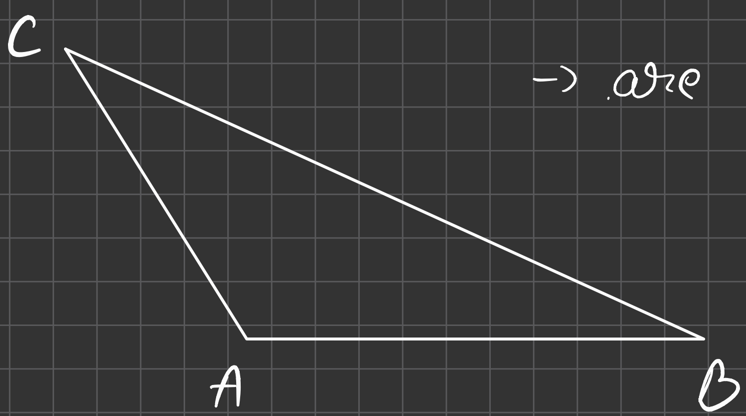
## Triunghiul dreptunghic




→ are un unghi drept ($= 90^\circ$).




## Triunghiul obtuzunghic




→ are un unghi obtuz ($> 90^\circ$).

## 1.2. Probleme

Triunghiul

1. În $\Delta ABC$, latura opusă unghiului $\sphericalangle ABC$ este: ....

2. În $\Delta FGH$, unghiurile alăturate laturii $[GH]$ sunt: ... și ...

3. Dacă în $\Delta ABC$, $[AB] \equiv [BC] \equiv [AC]$, atunci $\Delta ABC$ este:

4. În $\Delta MNP$, unghiul opus laturii $[MP]$ este:

5. Se știe că $\Delta ABC \equiv \Delta TAS$. Atunci $[AC] \equiv ...$ și $\sphericalangle A \equiv ...$

6. Dacă în $\Delta MNP$ avem $MN = NP \neq MP$, atunci $\Delta MNP$ este triunghi ... .

7. Dacă în $\Delta DEF$, $m(\sphericalangle DEF) = 90°$, atunci $\Delta DEF$ este triunghi... .

8. Dacă în $\Delta MNP$ avem $90° < m(\sphericalangle MNP) < 120°$, atunci $\Delta MNP$ este triunghi... .

9. Fie $\Delta ABC$ isoscel de bază $[BC]$ și $D$ mijlocul acesteia. Arătați că $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle CAD$.

10. Se consideră $\Delta ABC$, în care $D$ este mijlocul laturii $[BC]$ și $m(\sphericalangle ADB) = m(\sphericalangle ADC) = 90^\circ$. Arătați că $\Delta ABC$ este isoscel.

11. Un triunghi isoscel are baza cu lungimea de 12 cm și perimetrul de 32 cm. Calculați lungimile celorlalte laturi ale triunghiului.

12. Unghiurile ascuțite ale unui triunghi dreptunghic sunt direct proporționale cu numerele 5 și 13. Să se determine măsurile unghiurilor triunghiului.

13. Se dă segmentul AB și punctele C, D de aceeași parte a dreptei AB, astfel încât $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle DBA$, $\sphericalangle DAB \equiv \sphericalangle ABC$. Fie $AC \cap BD = \{O\}$. Arătați că:

a) $AC \equiv BD$; b) $\Delta AOB$ este isoscel c) $OC \equiv OD$.

14. În triunghiul $\Delta ABC$, punctul D este mijlocul laturii $[AC]$ iar E este simetricul lui B față de D. Arătați că:

$\Delta DAB \equiv \Delta EDC$.

# 1. Linii importante în triunghi

## 1.1 TEORIE

a) Bisectoarea

b) Mediatoarea

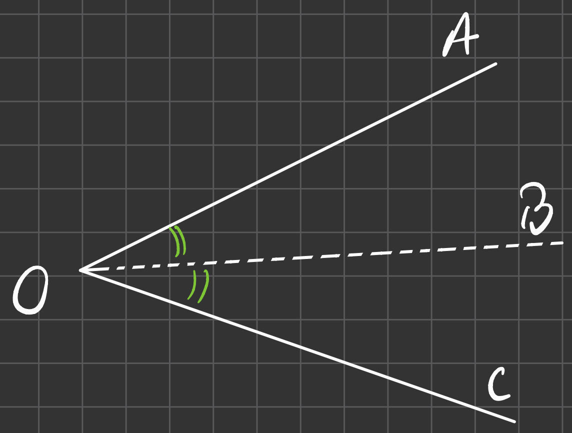
c) Înălțimea

d) Mediana

# BISECTOAREA

Def Semidreapta cu originea în vârful triunghiului, interioară unghiului, ce formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente, se numește bisectoare.

Desenăm




Citim

[OC este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$.

Def 2) Bisectoarea împarte un unghi în două unghiuri congruente.

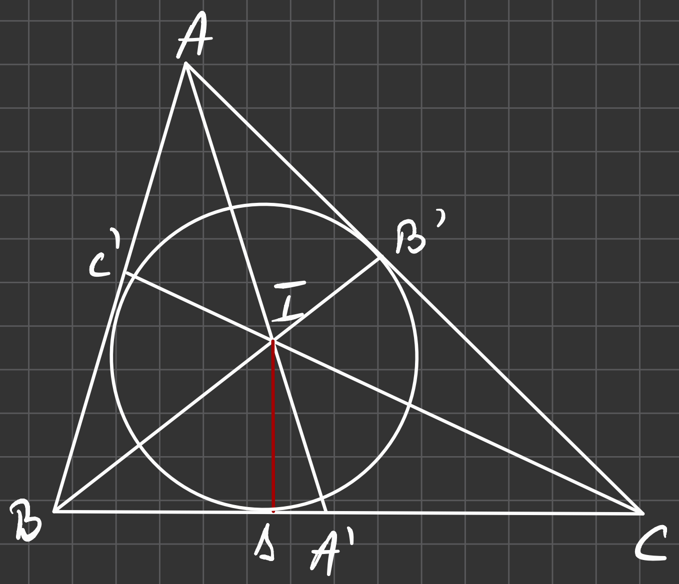
**Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi**

Un punct interior unui unghi este situat pe bisectoarea unghiului dacă și numai dacă este egal depărtat de laturile unghiului.

[OP este bisectoarea $\sphericalangle XOY \Leftrightarrow d(P, Ox) = d(P, OY)$

Obs

Punctul de intersecție al bisectoarelor se numește:
Centrul cercului înscris și se notează cu I.




! $r$ = raza cercului înscris în triunghi.

$$r = \frac{A}{p} = \frac{2A}{P},$$ unde:

$A$ -> aria triunghiului

$p$ -> semiperimetru

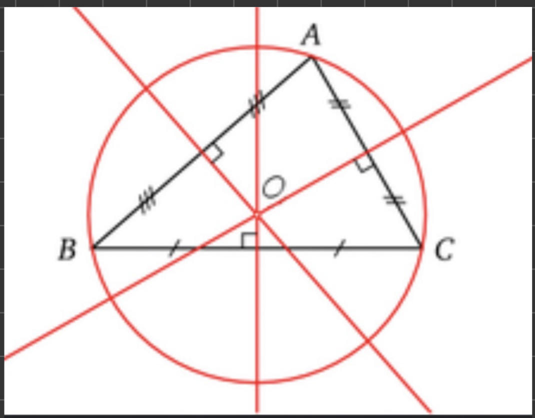
$$p = \frac{P}{2};$$

$P$ -> perimetru;

# Mediatoarea

Mediatoarea -> este dreapta perpendiculară dusă pe un segment în mijlocul acestuia.

Obs Punctul de intersecție al mediatoarelor laturilor unui triunghi se numește ***centrul cercului circumscris triunghiului*** și se notează cu ***O***.




R -> raza cercului circumscris triunghiului.

$OA = OB = OC = R$

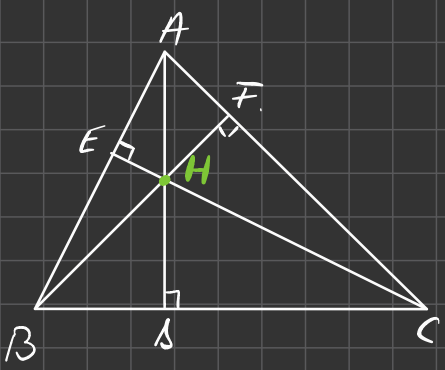
$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot A}$$

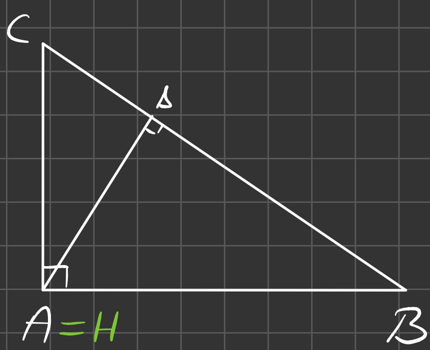
a, b, c -> laturile triunghiului.

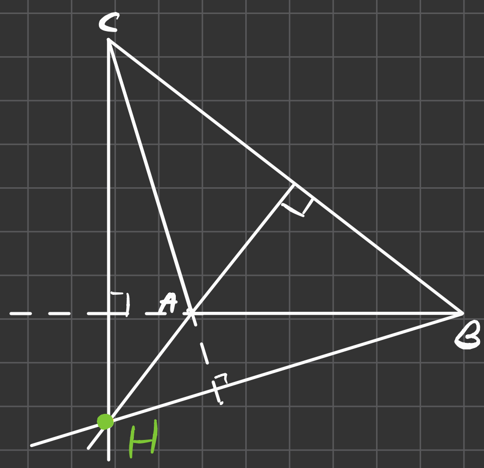
A -> aria triunghiului.

# Înălțimea

**Înălțimea** → este segmentul determinat de un vârf al triunghiului și piciorul perpendicularei din acel vârf pe latura opusă



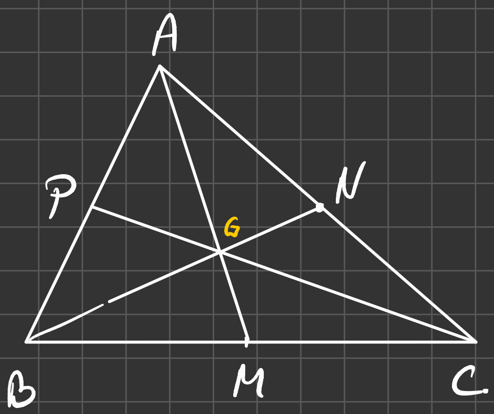




~~Obs~~ Punctul de intersecție al înălțimilor unui triunghi este ***ortocentrul triunghiului*** și se notează cu ***H***.

# Mediana

**Mediana** → este segmentul care unește vârful unui triunghi cu mijlocul laturii opuse acesteia.




→ Punctul de intersecție al medianelor unui triunghi este centrul de greutate al triunghiului (G).

Obs

$$\left.\begin{array}{l} G \rightarrow \text{centru de greutate} \\ G \in [AM] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} GM = \frac{1}{3} AM; \\ AG = \frac{2}{3} \cdot AM; \end{array}$$

Centrul de greutate se află la $\frac{2}{3}$ de vârf și $\frac{1}{3}$ de bază.

## 1.2. Probleme

Linii importante în triunghi

1. În $\Delta DEF$, cu $\sphericalangle DEF = 120°$ și $EF = 6$ cm, se construiesc medianele $EC$, $DB$ și înălțimea $DA$, cu $A, B \in [EF]$ și $C \in DF$.
a) Aflați lungimea segmentului $EB$.
b) Aflați $\sphericalangle AED$.
c) Dacă $EC \cap DB = \{T\}$, atunci aflați valoarea raportului $\frac{BT}{DT}$.

2. Se consideră $\Delta ABC$ cu $AB < AC$. Mediatoarea laturii $AC$ intersectează latura $BC$ în $M$. Dacă $AB = 8$ cm, $BC = 12$ cm și știm că $AM = MC$, atunci calculați perimetrul $\Delta ABM$.

3. În $\Delta ABC$, $m(\sphericalangle A) = 80°$. Dacă $(BI$ și $(CI$ sunt bisectoare în triunghi, calculați $m(\sphericalangle BIC)$.

4. Se consideră $\Delta ABC$ și medianele $BM$ și $CN$, $BM \cap CN = \{G\}$. Dacă $BC = 7$ cm, $NG = 3$ cm și $BM = 8$ cm, calculați perimetrul $\Delta BGC$.

5. În $\Delta ABC$, măsura unghiului determinat de înălțimea $AD$ și bisectoarea $AE$ are măsura de $10°$. Știind că măsura unghiului $C$ este egală cu $30°$. Aflați măsurile unghiurilor $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle B$ ale triunghiului.

6. În $\Delta ABC$, fie $BD$ mediană și $G$, punctul de intersecție al medianelor triunghiului. Cunoscând că $BD + BG = 60$ cm, să se calculeze $BD$.

7. În $\Delta DEF$, cu $\sphericalangle DFE > 90^\circ$ și $EF = 8$ cm, se construiește mediana $DC$ și înălțimile $DA$ și $EB$, cu $B \in DF$, $A \in FE$, iar $DA \cap EB = \{H\}$.

a) Aflați lungimea segmentului $FC$.

b) Aflați $\sphericalangle DAE$.

c) Arătați că $HF \perp DE$.

8. Fie $\Delta ABC$, cu $F \in BC$, $E \in AB$, astfel încât $BF = \frac{1}{2} BC$ și $AE = EB$. Fie $D$ mijlocul laturii $AC$ și $CE \cap AF = \{G\}$. Arătați că $AF$, $BD$, $CE$ sunt concurente

9. În $\Delta ABC$ isoscel de bază $BC$, $AD$ este mediana, $BE$ este înălțime, cu $E \in AC$, iar $AD \cap BE = \{T\}$. Să se arate că:

a) $AD \perp BC$;

b) $CT \perp AB$;

# 2. PATRULATERE

1. Paralelogramul
2. Rombul
3. Dreptunghiul
4. Pătratul

5. Trapezul

# PARALELOGRAMUL

Paralelogramul → este un patrulater convex care are laturile opuse paralele două câte două

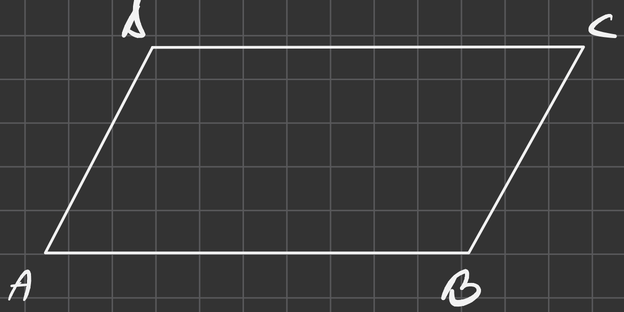
**Proprietăți:**

1. Laturile opuse sunt paralele și congruente.

2. Unghiurile opuse sunt congruente;

3. Oricare două unghiuri alăturate sunt suplementare;

4. Diagonalele se înjumătățesc;




Teoremă

Dacă într-un patrulater este verificată una dintre relațiile de mai sus, atunci patrulaterul este paralelogram.

Dacă într-un patrulater convex două laturi opuse sunt congruente și paralele, atunci patrulaterul este paralelogram.

# DREPTUNGHIUL

Dreptunghiul → este un paralelogram cu un unghi drept.


$AC \equiv BD$

**Proprietăți:**

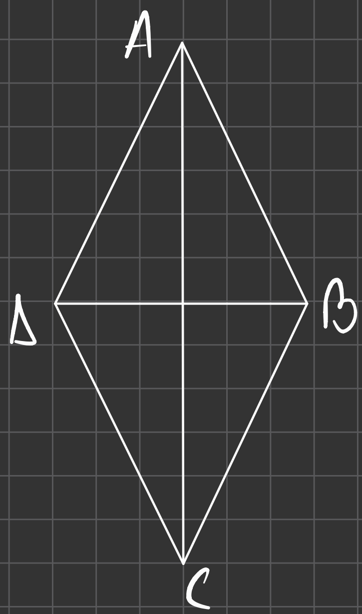
- are toate proprietățile paralelogramului;
- diagonalele sunt congruente;
- unghiurile unui dreptunghi sunt congruente și au măsura de $90^\circ$ .

Teoremă

Un paralelogram este dreptunghi dacă are diagonalele congruente.

# ROMBUL

Rombul $\rightarrow$ este paralelogramul cu două laturi consecutive paralele




$AB \equiv BC \equiv CD \equiv DA$

$AC \perp BD$.

## Proprietăți

$P_1$. are toate proprietățile paralelogramului.

$P_2$. Toate laturile sunt congruente

$P_3$. Diagonalele sunt perpendiculare.

$P_4$. Diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor rombului.

TEOREMĂ

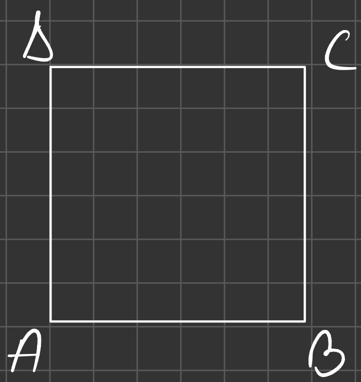
Dacă un paralelogram are diagonalele perpendiculare, atunci paralelogramul este romb.

# PĂTRATUL

Pătratul → este dreptunghiul cu două laturi consecutive congruente.

sau

Pătratul → este un romb cu un unghi drept.




**Proprietăți**

$P_1$: Laturile opuse sunt paralele

$P_2$: Toate laturile sunt congruente

$P_3$: Toate unghiurile sunt congruente și egale cu 90°

$P_4$: Diagonalele sunt congruente și perpendiculare.

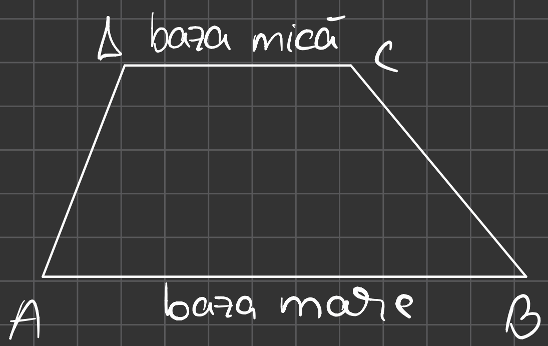
$P_5$: Diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor

# TRAPEZUL

Trapezul → este patrulaterul convex cu două laturi paralele și două neparalele.

Obs

Laturile paralele se numesc baze



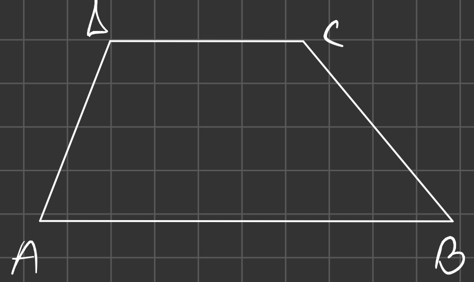

$AB \parallel DC$

$AB \rightarrow$ baza mare

$DC \rightarrow$ baza mică.

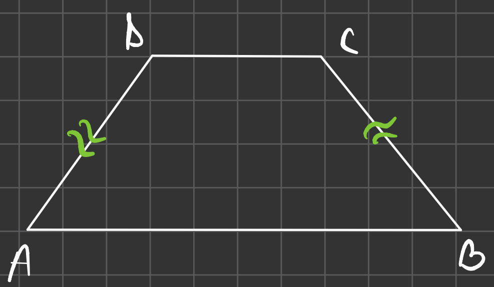
## Clasificarea trapezeului

1. **Trapez oarecare** → laturile neparalele au lungimi diferite



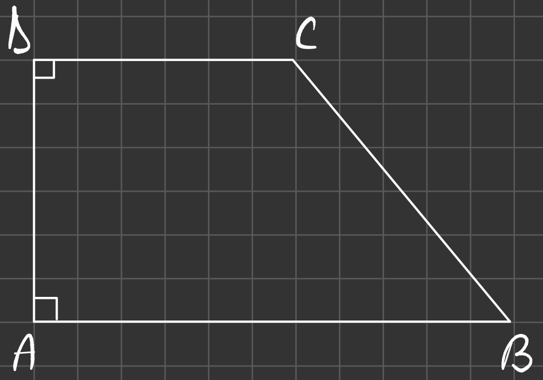

$AD \neq BC$

2. **Trapez isoscel** → laturile neparalele sunt congruente




$AD \equiv BC$

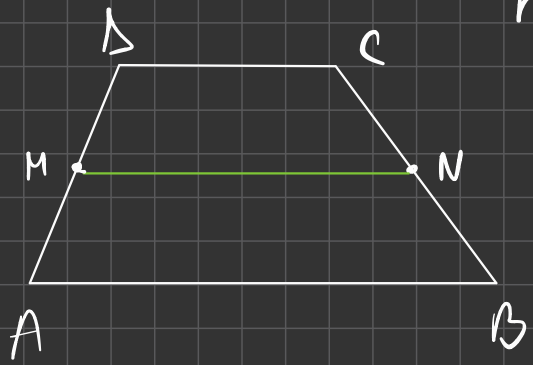
3. **Trapezul dreptunghic** → una dintre laturile neparalele este perpendiculară pe cele două baze.




$AD \perp AB$

$AD \perp DC$

<u>Linia mijlocie în trapez</u> → unește mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez.




$$MN = \frac{AB + DC}{2}$$

$$MN \parallel AB$$

# 3. Arii

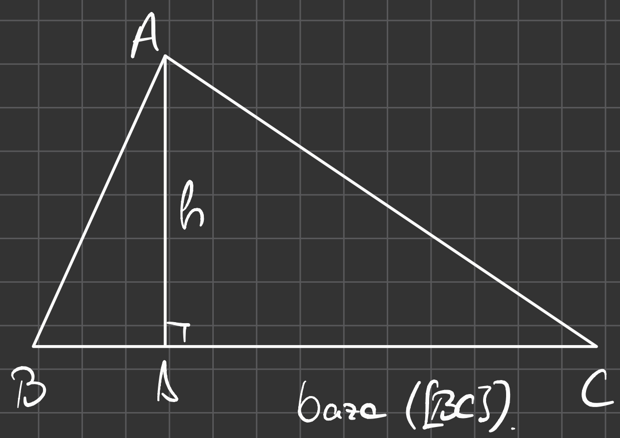
1. Aria triunghiului

2. Aria patrulaterelor

3. Aria cercului

# ARII

## 1. Arie triunghi oarecare




$$A_{\Delta ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AD \cdot BC}{2};$$

sau

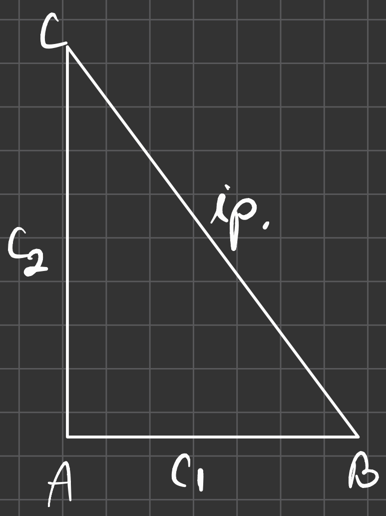
$$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\sphericalangle(AB, AC))}{2}$$

### Formula lui Heron

semiperimetrul

$$A_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \text{ unde } p = \frac{a+b+c}{2}$$

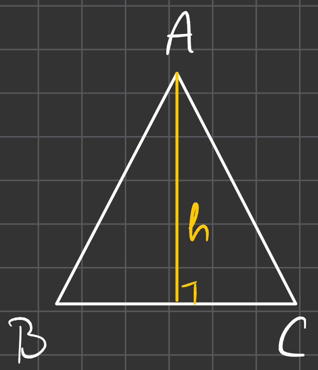
## 2. Arie triunghi dreptunghic




$$A_{\Delta ABC} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2};$$

$$h_{\Delta ABC} = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip.};$$

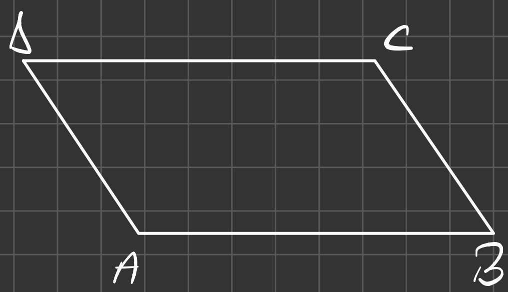
## 3. Triunghiul echilateral




$$A_{\Delta echi} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4};$$

$$h_{\Delta echi} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2};$$

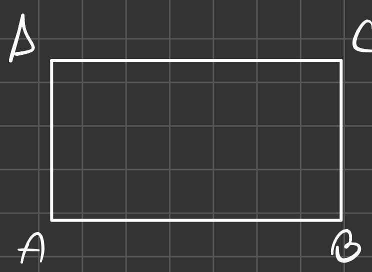
## **Paralelogram**




$$A_{paralelogram} = b \cdot h;$$

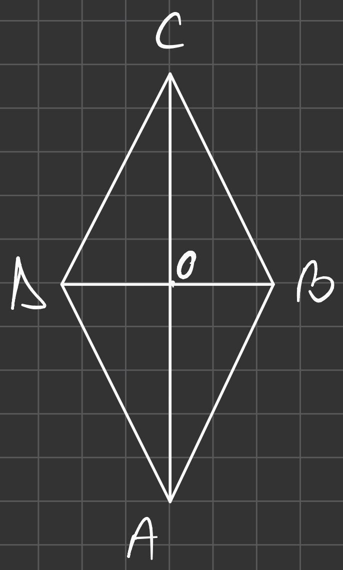
$$A_{paralelogram} = \ell_1 \cdot \ell_2 \cdot \sin(\angle(\ell_1, \ell_2))$$

## **Dreptunghi**




$$A_{dreptunghi} = L \cdot \ell;$$

## Romb

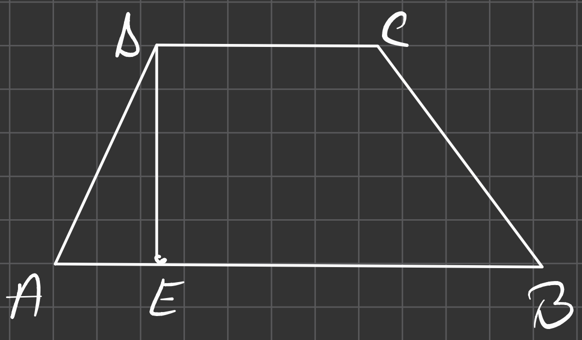



$$\boxed{A_{romb} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2};}$$

$$A_{romb} = \ell^2 \cdot \sin(\sphericalangle A)$$

$\ell \to$ latură romb

## Trapez

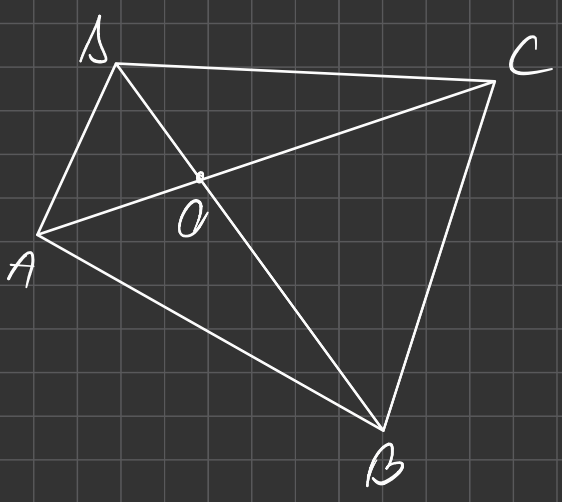



$$A_{trapez} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$A_{trapez} = \ell_m \cdot h;$$

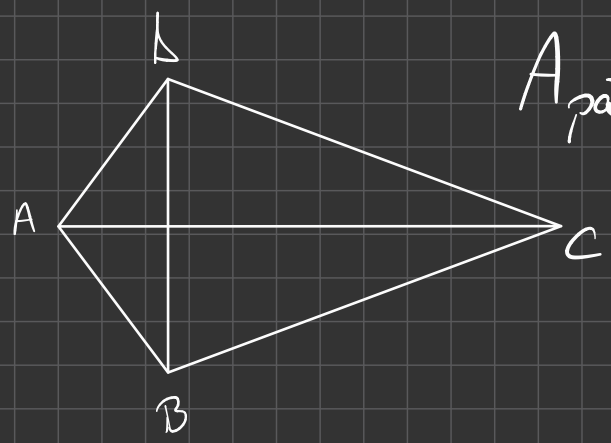
$$\left(\ell_m = \frac{B+b}{2};\right)$$

## Patrulater convex



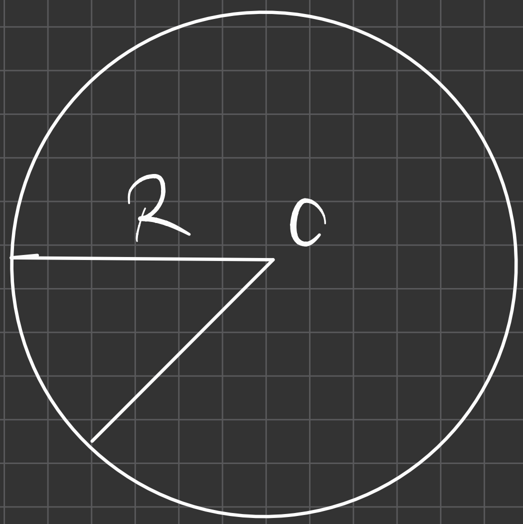

$$A_{patr.\,convex} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(\sphericalangle(\widehat{d_1, d_2}))}{2}$$

**Patrulater ortodiagonal**




$$A_{\text{patrulater ortodiagonal}} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2};$$

# Arie disc de cerc




$$A_{\text{disc de cerc}} = \pi R^2;$$

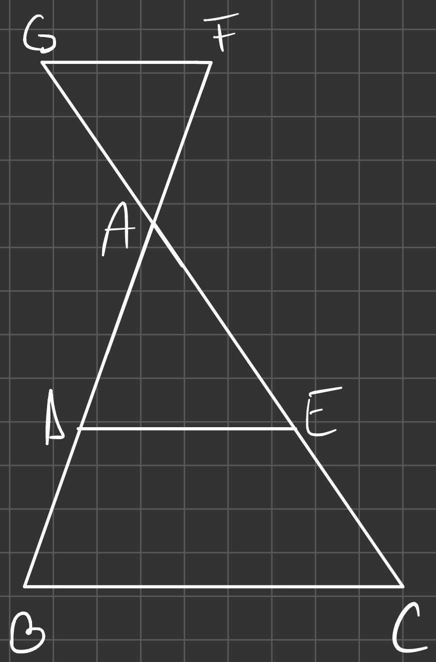
$$L_{\text{cerc}} = 2\pi R$$

$$\ell_{\text{arc}} = \frac{\pi R n}{180}$$

$$A_{\text{sector cerc}} = \frac{\pi R^2 n}{360}$$

# 4. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHI

## 1. Teorema lui Thales




$DE \parallel BC \xRightarrow{T.Th} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC};$

sau

$GF \parallel BC \xRightarrow{T.Th} \frac{GA}{GC} = \frac{FA}{FB};$

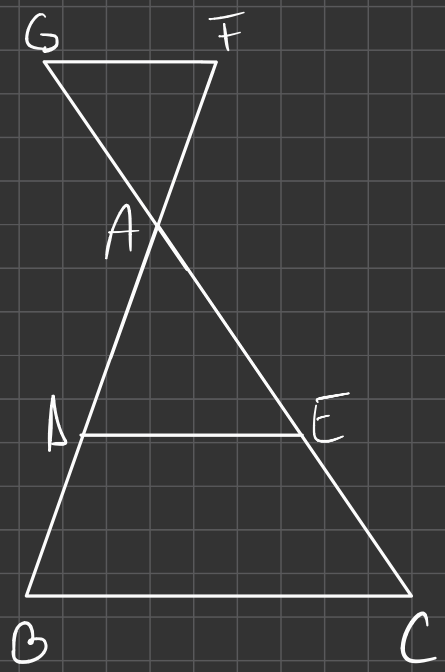
## Reciproca teoremei lui Thales

Dacă $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \xRightarrow{R.T.Th} DE \parallel BC;$

sau

Dacă $\frac{GA}{GC} = \frac{FA}{FB} \xRightarrow{R.T.Th} GF \parallel BC;$

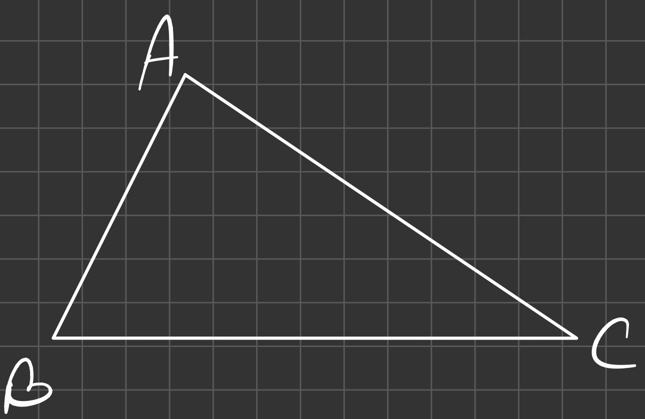
## Teorema fundamentală a asemănării

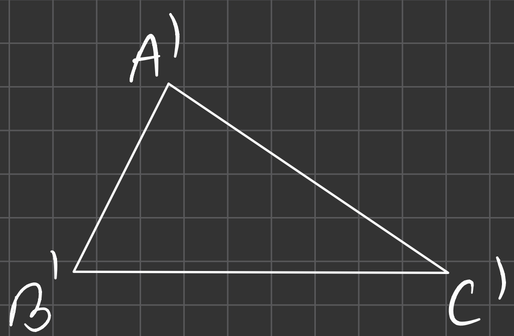



$DE \parallel BC \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC;$

$GF \parallel BC \Rightarrow \Delta AFG \sim \Delta ABC;$

## Triunghiuri asemenea




$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$$

$\sphericalangle A \equiv \sphericalangle A';$

$\sphericalangle B \equiv \sphericalangle B';$

$\sphericalangle C \equiv \sphericalangle C';$

## Cazuri de asemănare

1. Criteriul U.U. ( unghi - unghi )

→ Două triunghiuri sunt asemenea dacă au două unghiuri congruente;

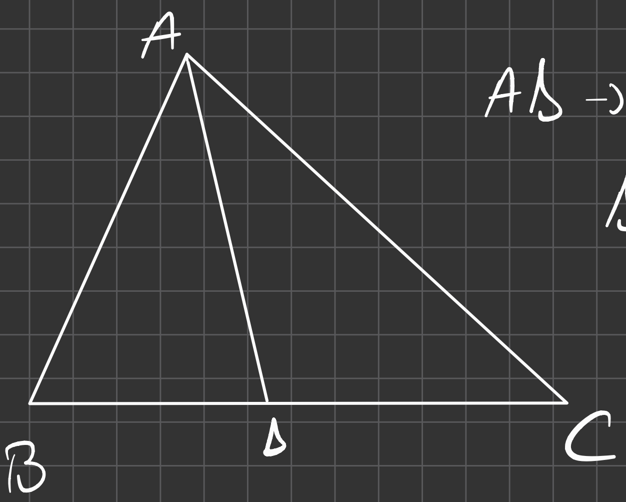
2. Criteriul L.U.L.

→ Două triunghiuri sunt asemenea dacă au două laturi proporționale și unghiurile dintre ele congruente;

3. Criteriul L.L.L.

→ Două triunghiuri sunt asemenea dacă au toate laturile proporționale;

## Teorema bisectoarei




$$\left.\begin{array}{l} AD \rightarrow \text{bis } \sphericalangle BAC \\ D \in (BC) \end{array}\right\} \xRightarrow{T.bis} \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC};$$

# 5. Rezolvarea triunghiului dreptunghic

1. Teorema lui Pitagora

2. Teorema înălțimii

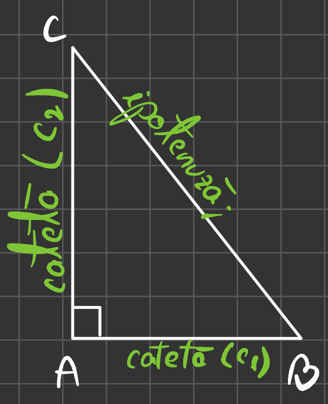
3. Teorema catetei

4. Teorema unghiului de 30

5. Teorema medianei

# REZOLVAREA TRIUNGHIULUI DREPTUNGHIC

## 1. Teorema lui Pitagora




$$c_1^2 + c_2^2 = ip^2;$$

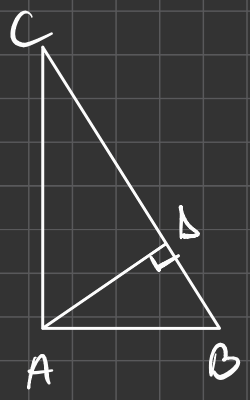
$\Delta ABC \rightarrow$ dreptunghic în $A \Rightarrow$

$$\xrightarrow{T.P} AB^2 + AC^2 = BC^2$$

## Reciproca teoremei lui Pitagora

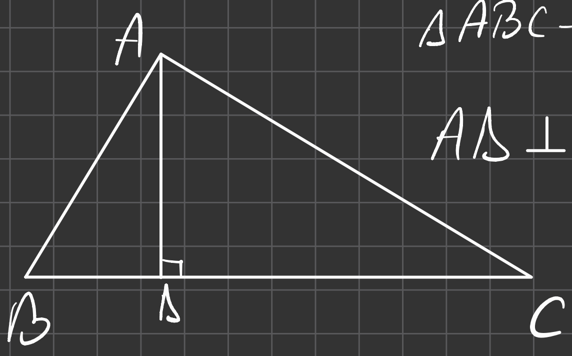
Dacă $BC^2 = AB^2 + AC^2 \xrightarrow{R.T.P} m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$

## 2. Teorema înălțimii



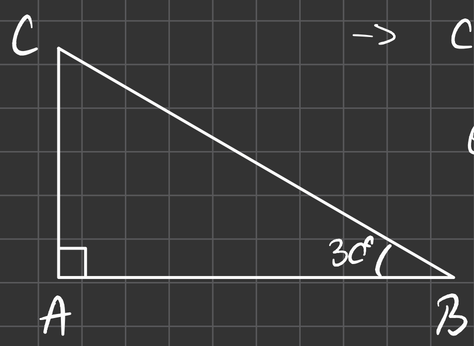

$$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC \rightarrow \text{dreptunghic} \\ m(\sphericalangle A) = 90^\circ \\ AD \perp BC \end{array}\right\} \xrightarrow{T.h} AD^2 = BD \cdot DC;$$

## 3 Teorema catetei




$$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC \rightarrow \text{dreptunghic în } A \\ AD \perp BC \end{array}\right\} \xrightarrow{T.C} \begin{array}{l} AB^2 = BD \cdot BC; \\ AC^2 = CD \cdot CB; \end{array}$$

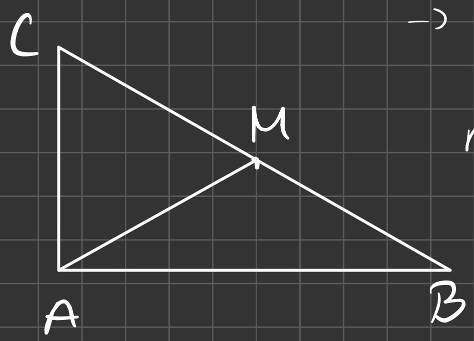
## 4. Teorema unghiului de 30°




→ cateta opusă unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză;

$$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC \\ m(\sphericalangle A) = 90^\circ \\ m(\sphericalangle B) = 30^\circ \end{array}\right\} \xRightarrow{T.\sphericalangle 30^\circ} AC = \frac{BC}{2};$$

## 5. Teorema medianei




→ Într-un triunghi dreptunghic, mediana dusă din vârful drept este jumătate din ipotenuză;

$$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC \\ m(\sphericalangle A) = 90^\circ \\ AM \rightarrow \text{mediană} \end{array}\right\} \xRightarrow{T.med.} AM = \frac{BC}{2};$$

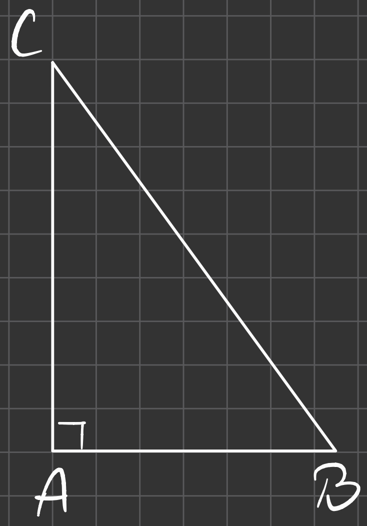
# 6. Trigonometrie

1. Funcții trigonometrice

2. Teorema cosinusurilor

3. Teorema sinusulurilor

# ELEMENTE DE TRIGONOMETRIE




$$\sin x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}};$$

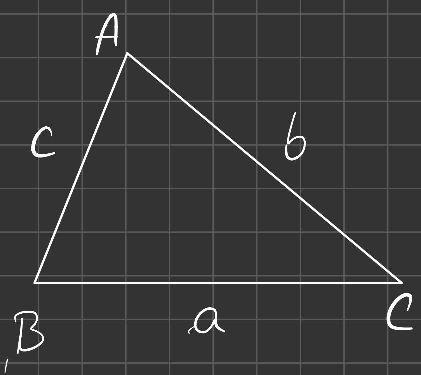
$$\cos x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}};$$

$$tg\, x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}};$$

$$ctg\, x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}};$$

| | $\sin x$ | $\cos x$ | $tg\, x$ | $ctg\, x$ |
|---|---|---|---|---|
| $30^\circ$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ |
| $45^\circ$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $1$ | $1$ |
| $60^\circ$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

## Teorema cosinusurilor




$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A};$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B};$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C};$$

## Teorema sinusurilor

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R;$$

Pentru a înțelege perfect teoria și pentru a învăța cum se rezolvă o multitudine de probleme, accesați www.virtualschool.ro